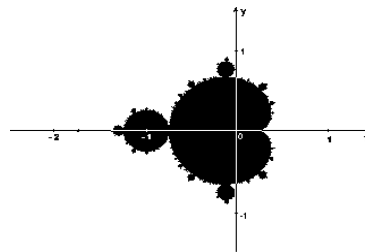




Progetto Lauree Scientifiche

"Verso il CAOS e... oltre!"



LE DATE DEI PROSSIMI INCONTRI

| | | |
|------------------------|-------------|--|
| lunedì, 02 marzo '09 | 14:30/16:30 | Incontro 3 - Mappa non lineare: la logistica |
| lunedì, 16 marzo '09 | 14:30/16:30 | Incontro 4 - L'insieme di Mandelbrot e Julia |
| lunedì, 30 marzo '09 | 14:30/16:30 | Incontro 5 - Dal disordine all'ordine: la nascita della vita |
| giovedì, 16 aprile '09 | 08:10/12:30 | Incontro 6 - Lezione del Prof. Del Santo dell'Università di TS |
| | | Incontro 7- Attività di laboratorio di approfondimento |
| lunedì, 27 aprile '09 | 14:30/16:30 | Incontro 8 - Attività di sintesi – Conclusioni |

APPUNTI dell'INCONTRO del 16 febbraio 2009

Un prerequisito: la somma di una progressione geometrica

Una progressione geometrica è una successione nella quale è costante il rapporto tra ciascun termine e quello

precedente: $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$. Tale rapporto q viene detto la ragione della progressione. Se indichiamo con a_1 il primo

termine della successione è semplice verificare che: $a_2 = qa_1$ $a_3 = q^2a_1$ $a_n = q^{n-1}a_1$.

Nel prossimo esempio sarà necessario conoscere come si calcola la somma dei primi n termini di una progressione geometrica del tipo:

$$S_n = a_1 + qa_1 + q^2a_1 + \dots + q^{n-1}a_1$$

Proposta di esercizio - n.0

Per trovare la formula che esprime S_n prova a calcolare:

$$qS_n = \dots$$

E poi prova a "giocare" con l'algebra !

Il risultato è: $S_n =$

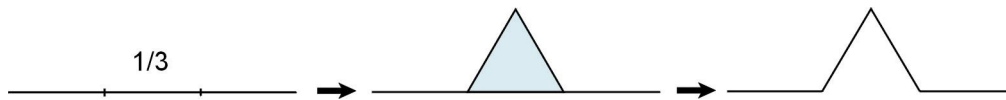
Esempi di curve definite per iterazione

1. Il merletto di Von Koch

La curva seguente è stata proposta dal matematico svedese Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924) nel 1906. Si costruisce nel seguente modo:

- Si divide un segmento in tre parti uguali.

- Si sostituisce il segmento centrale con altri due segmenti in modo da formare un triangolo equilatero privo della base.



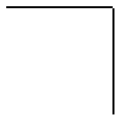
- Si ripete la costruzione su ognuno dei quattro segmenti così ottenuti e così si procede all'infinito su ciascuno dei segmenti che si ottengono al termine di ogni iterazione.

Proposta di esercizio - n.1

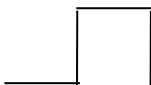
- Prova a disegnare la curva che si ottiene alla seconda iterazione (cioè applicando il metodo alla curva ottenuta nel disegno precedente).
- Assumendo che il segmento iniziale abbia lunghezza unitaria:
 - calcola la lunghezza delle curve ottenute alla seconda ed alla terza iterazione
 - generalizza il risultato per la n-esima iterazione ($L_n = \dots$)
 - se il numero n delle iterazioni tende all'infinito, a cosa tende la lunghezza della curva?
- Considera ora l'area della regione di piano compresa tra la curva e il segmento orizzontale dal quale siamo partiti:
 - Calcolane il valore per le prime 3 iterazioni
 - Generalizza il risultato A_n in funzione di n (sugg.: puoi calcolare prima la relazione ricorsiva)
 - Se il numero n delle iterazioni tende all'infinito a quale valore tende la l'area sottesa dalla curva?

2. La curva del dragone

Prendi una striscia di carta e piegala a metà, quindi riapri ad angolo retto. Se guardi di profilo vedi la seguente curva:



Ripiega ora la striscia a metà e quindi piega nuovamente a metà nello stesso verso scelto in precedenza. Riapri la striscia in modo che gli angoli siano retti. Ottieni questa curva:



Proposta di esercizio - n.2

- Ripeti il procedimento descritto in precedenza una terza volta (attenzione a piegare sempre nello stesso verso): quale curva ottieni?
- Piega ora la striscia una quarta volta e riapri. Prova a disegnare la curva che visualizzi.
- La lunghezza della curva resta la stessa ma il numero di segmenti da cui è composta raddoppia ad ogni piega, cioè 2^n . Il numero di cambi di direzione che si incontrano percorrendo la curva sono invece $2^n - 1$. Osservando le prime curve che hai disegnato, trova un metodo che ti permetta di disegnare la curva del dragone ad una generica iterazione n. (Suggerimento: prova a percorrere le curve ottenute con le prime iterazioni partendo da un estremo e registra i cambi di direzione).

Altri esempi

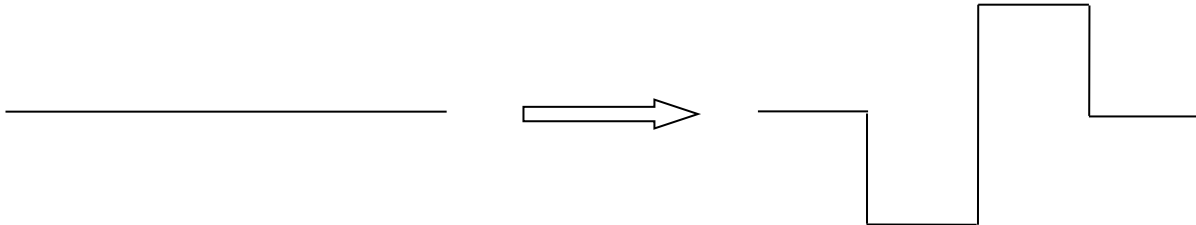
Prova a disegnare le curve che si ottengono iterando i seguenti procedimenti.

3. Fiocco di neve

Applica il procedimento del merletto di Koch (es.1) partendo dai lati di un triangolo equilatero.

4. Koch quadratico

Per questa nuova curva la regola è sostituire ad un segmento una spezzata secondo la regola seguente:



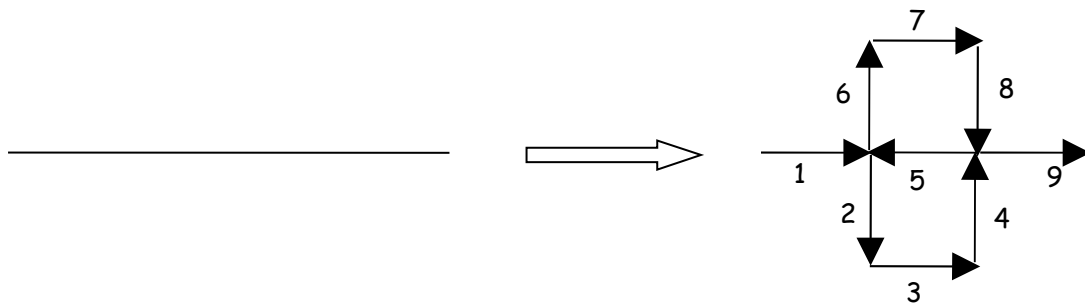
Applica il procedimento a partire dai lati di un quadrato.

Come varia la lunghezza della curva ad ogni iterazione? Come varia l'area racchiusa dalla curva?

5. La curva di Peano

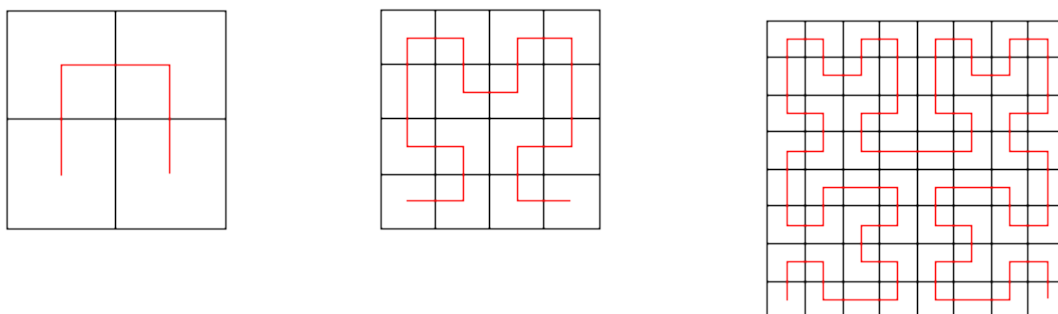
Prova ad iterare il seguente procedimento, quale curva ottieni.

Ad ogni iterazione come variano il numero dei tratti e la lunghezza della curva?



6. La curva di Hilbert

Ti mostriamo le prime tre curve della sequenza (i disegni sono tratti dal sito www.batmath.it), prova a trovare la regola che genera l'iterazione. (La curva in questione è quella rappresentata interna al quadrato in colore – grigio per stampe in bianco e nero - la griglia ti è utile per capire come si può costruire).



Prova ora a rappresentare nella griglia a tua disposizione l' iterazione successiva, verificando la regola che la genera.

La curva di Hilbert

