

### ESERCIZI PROPOSTI 3

Questi esercizi sono stati dati alla fine dello scorso incontro. La loro risoluzione utilizza molte cose viste nei primi due incontri.

- Tra tutti i rettangoli di area fissata trovare quello con digonale minima.
- Sia  $p(x)$  un polinomio a coefficienti interi e siano  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ , a due a due distinti, tali che

$$p(a) = p(b) = p(c) = p(d) = 5$$

Si mostri che per ogni  $k \in \mathbb{Z}$  si ha che  $p(k) \neq 8$ .

- Si minimizzi la funzione

$$f(a, b, c, d) = \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd} + \frac{1}{cd}$$

dove  $a + b + c + d = 20$ , con  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

- Dire se esistono interi primi  $p, q, r, s, t$  tali che

$$p^2 + q^2 = r^2 + s^2 - t^2.$$