

Esercizi proposti 2

Nella prima parte troverete gli esercizi connessi agli argomenti della seconda lezione, mentre nella seconda parte esercizi che utilizzano tutte le nozioni viste finora.

1 Prima parte

- Quanto vale la somma delle cifre di $(999.999.999.999.999.995)^2$?
- Trovare la somma algebrica dei coefficienti del polinomio:

$$(x^{21} + 4x^2 - 3)^{2001} - (x^{21} + 4x^2 + 3)^{667} + x^{21} + 4x^2$$

- Sia $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tale che

$$P(1) = 1$$

$$P(2) = 2$$

$$P(3) = 3$$

Trovare $P(4)$.

- Ad una festa l'età media è 31 anni, l'età media degli uomini è 35, quella delle donne 25. Qual è il rapporto tra il numero degli uomini e quello delle donne?

- Data la progressione:
$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 1 \end{cases}$$

Calcolare la somma dei primi 4 termini.

- Data la progressione:
$$\begin{cases} a_0 = x \\ a_n = \frac{1}{5}a_{n-1} \end{cases}$$

Sapendo che la somma di tutti i termini è $\frac{15}{4}$, quanto vale x ?

2 Seconda parte

- Sia $P(x)$ un polinomio che ha coefficienti 0 o 1. Quale delle seguenti eventualità è certamente falsa?
(A) $P(2) = 51$
(B) $P(3) = 92$
(C) $P(5) = 150$
(D) $P(3) = 37$
(E) $P(4) = 20$

- Esistono 2010 numeri consecutivi che siano tutti multipli di un cubo > 1 (non dello stesso, ovviamente)?

Esiste n tale che, n numeri consecutivi non godono di questa proprietà?

- Quanto vale la cifra delle unità di $3^{3 \cdots 3}$ dove in tutto compaiono cento 3?
quanto vale la cifra delle unità di $3^{3^{3 \cdots 3}}$, sempre quando in tutto ci sono cento 3?

- Si consideri l'equazione:

$$x^{2007} = y^x$$

- a) Determinare tutte le soluzioni (x, y) con x intero primo e y intero positivo.
- b) Determinare tutte le soluzioni (x, y) con x e y interi positivi.

- Un numero n diviso per 1995 dà come resto 29, diviso per 1996 dà lo stesso resto. Qual è l'ultima cifra di n ?

- (A) 5
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 7
- (E) 9

- Per quali valori di n l'espressione $n^2 - 14n + 24$ è un numero primo?
- Determinare il più grande intero n con questa proprietà: esistono n interi positivi distinti a_1, \dots, a_n tali che, comunque se ne scelgano fra essi due distinti, né la loro somma né la loro differenza siano divisibili per 100.
- Quali interi risolvono l'equazione: $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$?